

1 Hypothèses de calcul

Considérons un bâtiment situé en zone A1 à une altitude de 580 m, en campagne avec un pignon de 24 m de longueur et d'une hauteur de 11,3 m. Les pannes transmettent les effets du vent à la travée de stabilité pour une surface verticale de pignon de 2,38 m (l'entraxe des pannes) par 4,3 m (la moitié de la hauteur de la partie en bois du pignon). Elles transmettent les charges de gravité sur les arbalétriers avec une largeur de bande de chargement de 2,38 m (l'entraxe des pannes) (figure 4.1). La panne est en bois lamellé-collé classé GL24h et sa section est de 90×270 mm. Elle repose sur un arbalétrier de 110 mm d'épaisseur. La toiture est en bac acier isolé de $15,75 \text{ kg/m}^2$. Les supports de lanterneau sont négligés, leur poids étant inférieur à celui des bacs acier.

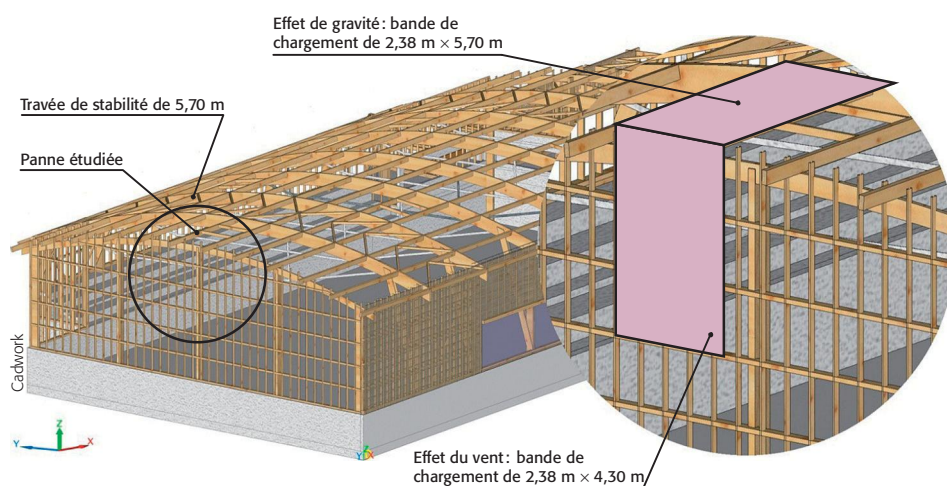


Figure 4.1 Vue axonométrique du bâtiment.

2 Détermination des actions

Les charges de structure et de neige provoquent un effort perpendiculaire à l'axe de la panne, laquelle sera sollicitée en flexion. Le vent provoque un effort parallèle à l'axe de la panne, laquelle sera sollicitée en compression.

2.1 Actions provoquées par le poids de la structure

Étape 1 : détermination de la largeur de la bande de chargement reprise par la panne (figure 4.1)

Les pannes ont un entraxe de 2,38 m. La panne reprend 1/2 entraxe à gauche et 1/2 entraxe à droite, soit un entraxe complet ($2\,380/2 + 2\,380/2 = 2\,380$ mm).

Le raisonnement est identique pour le pignon, chaque panne reprend la moitié de la hauteur de la partie en bois du pignon du bâtiment, soit $8,6/2 = 4,3$ m.

La largeur de la bande de chargement est de 2,38 m.

La surface de pignon reprise par la panne pour les effets du vent est de $2,38 \times 4,3 = 10,234 \text{ m}^2$.

Étape 2 : transformation de la masse en charge

Le bac acier: $[\text{kg}/\text{m}^2] \cdot [\text{g}/1000] = \text{kN}/\text{m}^2$, soit $15,75 \times (10/1000) = 0,1575 \text{ kN}/\text{m}^2$.

La panne: $\frac{[\text{kg}/\text{m}^3] \cdot \text{g}}{1000} \cdot \text{hauteur (m)} \cdot \text{épaisseur (m)} = \text{kN}/\text{m}$,

soit $\frac{420 \times 10}{1000} \times 0,27 \times 0,09 = 0,102 \text{ kN}/\text{m}$.

Étape 3 : détermination de la charge de structure (G) reprise par la panne

La charge totale est $G = 0,1575 \times 2,38 + 0,102 = 0,477 \text{ kN}/\text{m}$.

2.2 Les charges de neige

Le bâtiment a une toiture inclinée à moins de 30° . Le bâtiment est situé en zone A1 à une altitude de 580 m. Les coefficients d'exposition c_e et thermique c_t sont égaux à 1.

Étape 1 : calcul de la neige au sol

$$S_{580} = S_{200} + \left(1,5 \times \frac{A}{1000} - 0,45 \right),$$

$$S_{580} = 0,45 + \left(1,5 \times \frac{580}{1000} - 0,45 \right) = 0,87 \text{ kN}/\text{m}^2 \text{ de sol.}$$

Étape 2 : calcul du coefficient de forme μ_i

Pour un angle inférieur à 30° : $\mu_i = 0,8$.

Étape 3 : calcul de la charge de neige sur la toiture en kN/m^2 horizontal

La formule de calcul de neige sur une toiture est $S = S_k \cdot \mu_{i(\alpha)} \cdot c_e \cdot c_t$.

$S = 0,87 \times 0,8 \times 1 \times 1 = 0,696 \text{ kN}/\text{m}^2$ horizontal

$S = 0,696 \times 2,38 = 1,656 \text{ kN}/\text{m}$.

Remarques:

- Il n'y a pas de neige exceptionnelle dans la zone A1.
- On considère que la toiture est horizontale dans la zone étudiée.

2.3 Les charges d'exploitation

La charge d'exploitation correspond à l'entretien. La toiture n'étant pas une toiture terrasse, il faut appliquer une charge ponctuelle de 1,5 kN.

2.4 Les effets du vent

Une étude avec un logiciel apporte le résultat suivant : valeur moyenne de pression extérieure de $0,92 \text{ kN}/\text{m}^2$.

Chaque panne reprend la moitié de la hauteur de la partie en bois du pignon du bâtiment, soit $8,6/2 = 4,3 \text{ m}$. La largeur de la bande de chargement est de 2,38 m. La surface de pignon reprise par la panne pour les effets du vent est de $2,38 \times 4,3 = 10,234 \text{ m}^2$.

Soit $W = 0,92 \times 10,234 = 9,415$ kN.

Le tableau 4.1 précise la valeur et la direction de l'effort en fonction du cas de charge.

Tableau 4.1 Effort repris par la panne en fonction du cas de charge.

Cas de charge	Effort sur la panne	Direction de l'effort
G	0,477 kN/m	Perpendiculaire à l'axe de la panne
S	1,656 kN/m	Perpendiculaire à l'axe de la panne
$Q_{\text{entretien}}$	1,5 kN	Perpendiculaire à l'axe de la panne
W	9,415 kN	Parallèle à l'axe de la panne

3 Les combinaisons d'actions

Une première vérification consiste à confirmer que pendant toute la durée d'exploitation du bâtiment la sécurité des personnes sera assurée. C'est la vérification à l'état limite ultime (ELU). Une deuxième vérification permet de contrôler la déformation des pannes. C'est la vérification à l'état limite de service (ELS).

3.1 Les combinaisons à l'état limite ultime (ELU)

Les combinaisons à l'ELU concernent la résistance de la structure. Le risque de neige exceptionnelle n'existe pas dans la zone A1. Les combinaisons q_1 à q_3 ne concernent que les charges descendantes. La panne travaillera en flexion simple. Les combinaisons q_4 et q_5 concernent les charges descendantes et les effets du vent (action horizontale). La panne travaillera en flexion simple et en compression, soit une sollicitation composée.

Sollicitations simples :

$$\begin{aligned} q_1 &= 1,35G \\ q_2 &= 1,35G + 1,5S \\ q_3 &= 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}} \end{aligned}$$

Sollicitations composées :

$$\begin{aligned} q_4 &= 1,35G + 1,5S + 0,6 \times 1,5W + \\ q_5 &= 1,35G + 1,5W + 0,5 \times 1,5S \end{aligned}$$

Remarques :

- La combinaison avec la structure et le vent ($1,35G + 1,5W +$) n'est pas nécessaire, car la sollicitation est moins importante que les combinaisons q_4 et q_5 et la résistance du bois est identique.
- L'étude avec risque de soulèvement n'est pas traitée dans cet exemple.

3.2 Les combinaisons à l'état limite de service (ELS)

Les combinaisons à l'ELS concernent la déformation en flexion provoquées par les charges de structure et de neige.

Valeur des charges de calcul pour la déformation instantanée sous charge variable :

$$q = S$$

$$q = Q_{\text{entretien}}$$

Combinaisons pour la déformation totale avec la charge variable S :

$$q = G + S + k_{\text{def}} (G + \Psi_{2,1} S)$$

$$q = G + S + 0,8(G + 0S)$$

$$q = 0,477 + 1,656 + 0,8 \times (0,477 + 0 \times 1,656) = 2,515 \text{ kN/m}$$

Combinaisons pour la déformation totale avec la charge d'entretien Q :

$$q = G + Q_{\text{entretien}} + k_{\text{def}} (G + \Psi_{2,1} Q_{\text{entretien}})$$

$$q = G + Q_{\text{entretien}} + 0,8(G + 0Q_{\text{entretien}})$$

Remarque : la charge d'entretien ne se combine pas avec la charge de neige.

4 Vérification à l'état limite ultime (ELU)

La vérification à l'ELU consiste à vérifier la panne avec l'effort normal (compression axiale avec risque de flambement) et l'effort tranchant (flexion avec risque de déversement). La panne est assemblée avec des étriers. Le cisaillement et la compression perpendiculaire aux appuis ont été justifiés par le fabricant de sabots.

4.1 Calcul de la charge reprise par la panne et section de calcul

Le tableau 4.2 précise l'effort normal et tranchant repris par la panne en fonction de la combinaison d'action.

Tableau 4.2 Efforts normal et tranchant repris par la panne en fonction de la combinaison d'action.

Combinaison à l'ELU	Effort tranchant provoquant de la flexion	Effort normal provoquant de la compression	Sollicitations
$q_1 = 1,35G$	$1,35 \times 0,477 = 0,644 \text{ kN/m}$	Aucun	Flexion
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$1,35 \times 0,477 + 1,5 \times 1,656 = 3,128 \text{ kN/m}$	Aucun	Flexion
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	$1,35 \times 0,477 = 0,644 \text{ kN/m}$ et $1,5 \times 1,5 = 2,25 \text{ kN}$	Aucun	Flexion
$q_4 = 1,35G + 1,5S + 0,6 \times 1,5W+$	$1,35 \times 0,477 + 1,5 \times 1,656 = 3,128 \text{ kN/m}$	$0,6 \times 1,5 \times 9,415 = 8,474 \text{ kN}$	Flexion + compression
$q_5 = 1,35G + 1,5W+ + 0,5 \times 1,5S$	$1,35 \times 0,477 + 0,5 \times 1,5 \times 1,656 = 1,886 \text{ kN/m}$	$1,5 \times 9,415 = 14,123 \text{ kN}$	Flexion + compression

Remarque : la charge d'entretien est une charge ponctuelle. L'effet est différent d'une charge répartie (la charge de structure). Les valeurs de ces deux actions ne peuvent s'ajouter.

Le bois lamellé-collé est séché avant le collage des lames, puis il est raboté. L'humidité du bois étant voisine de 12 %, il n'est pas nécessaire de diminuer la section.

4.2 Vérification avec une sollicitation simple, la flexion avec risque de déversement

La sollicitation simple de flexion est provoquée par les combinaisons q_1 , q_2 et q_3 . La contrainte de flexion provoquée par les actions doit rester inférieure à la contrainte de résistance de flexion déterminée en tenant compte du risque de déversement.

Le taux de travail est :

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}} \leq 1$$

avec :

- $\sigma_{m,d}$: contrainte de flexion provoquée par les actions en N/mm².
- $f_{m,d}$: contrainte de résistance de flexion calculée en N/mm².
- k_{crit} : coefficient d'instabilité provenant du déversement.

4.2.1 Contrainte provoquée par les actions $\sigma_{m,y,d}$

La contrainte de flexion provoquée par la charge est calculée par la formule :

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{f,y}}{\frac{I_{G,y}}{V}} \quad (\text{tableau 4.3})$$

avec :

- $M_{f,y}$: moment de flexion maximum :
 - pour une poutre sur deux appuis avec une charge uniformément répartie, $M_{f,y} = qL^2/8$,
 - pour une poutre sur deux appuis avec une charge ponctuelle centrée, $M_{f,y} = PL/4$;
- L : distance entre appuis, soit la longueur de la panne ($L = 5700$ mm) ;
- $I_{G,y}/V$: module d'inertie ; $bh^2/6$ pour une section rectangulaire avec le repère de la figure 4.2.

Pour une poutre sur deux appuis avec une charge uniformément répartie :

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{f,y}}{\frac{I_{G,y}}{V}} = \frac{6qL^2}{8bh^2}$$

Pour une poutre sur deux appuis avec une charge ponctuelle centrée :

$$\sigma_{m,y,d} = \frac{M_{f,y}}{\frac{I_{G,y}}{V}} = \frac{6PL}{4bh^2}$$

Tableau 4.3 Contrainte de flexion subit par la panne en fonction de la combinaison d'action.

Combinaison à l'ELU	Effort perpendiculaire au poteau	Contrainte de compression axiale, en N/mm ²
$q_1 = 1,35G$	0,644 kN/m	$\sigma_{m,y,d} = \frac{6 \times 0,644 \times 5\,700^2}{8 \times 90 \times 270^2} = 2,39$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	3,128 kN/m	$\sigma_{m,y,d} = \frac{6 \times 3,128 \times 5\,700^2}{8 \times 90 \times 270^2} = 11,62$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	2,25 kN	$\sigma_{m,y,d} = \frac{6 \times 0,644 \times 5\,700^2}{8 \times 90 \times 270^2} + \frac{6 \times 2\,250 \times 5\,700}{4 \times 90 \times 270^2} = 5,32$
$q_4 = 1,35G + 1,5S + 0,6 \times 1,5W_+$	3,128 kN/m	$\sigma_{m,y,d} = \frac{6 \times 3,128 \times 5\,700^2}{8 \times 90 \times 270^2} = 11,62$
$q_5 = 1,35G + 1,5W_+ + 0,5 \times 1,5S$	1,886 kN/m	$\sigma_{m,y,d} = \frac{6 \times 1,886 \times 5\,700^2}{8 \times 90 \times 270^2} = 7$

Remarque : par simplification, les contraintes de flexion des combinaisons q_4 et q_5 sont calculées dans ce paragraphe. Elles ne seront exploitées qu'au § 4.4.4 « Taux de travail des sollicitations composées (compression et flexion) ».

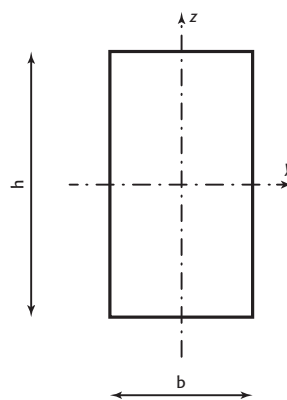


Figure 4.2 Repère de la section adopté par l'Eurocode.

4.2.2 Contrainte de résistance du bois $f_{m,d}$

La contrainte de résistance du bois dépend de la contrainte caractéristique, de la classe de service (humidité du bois), de la charge de plus courte durée de la combinaison d'action, de l'effet système et de la plus grande dimension de la section. Les tableaux 1.7 à 1.9 présentent les contraintes caractéristiques $f_{m,k}$, le tableau 1.11 présente le coefficient modificatif k_{mod} et le tableau 1.14 le coefficient partiel γ_M .

$$f_{m,d} = f_{m,k} \cdot \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M} \cdot k_{\text{sys}} \cdot k_h$$

avec :

- $f_{m,k}$: contrainte caractéristique de résistance en flexion ($f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$);
- k_{mod} : coefficient modificatif en fonction de la charge de plus courte durée de la combinaison d'actions et de la classe de service (tableau 1.11);
- γ_M : coefficient partiel qui tient compte de la dispersion du matériau ($\gamma_M = 1,25$);
- k_{sys} : coefficient d'effet système ($k_{\text{sys}} = 1$). Il apparaît lorsque plusieurs éléments porteurs de même nature et de même fonction avec un entraxe inférieur à 1,2 m (solives, fermes) sont sollicités par un même type de chargement réparti uniformément et avec un système capable de reporter les efforts sur les pièces adjacentes;
- k_h : coefficient de hauteur. $k_h = 1$ lorsque la hauteur de la poutre est supérieure à 150 mm. Il majore les résistances pour les hauteurs inférieures à 150 mm pour le bois massif et 600 mm pour le bois lamellé-collé. Le risque de défauts cachés dans la structure du bois est moins important pour les petites sections que pour les grandes sections ($k_h = 1,08$).

Calcul du coefficient de hauteur pour du bois massif :

- si $h \geq 150 \text{ mm}$ $k_h = 1$;
- si $h < 150 \text{ mm}$ $k_h = \min(1,3; (150/h)^{0,2})$.

Calcul du coefficient de hauteur pour du bois lamellé-collé :

- si $h \geq 600 \text{ mm}$ $k_h = 1$;
- si $h < 600 \text{ mm}$ $k_h = \min(1,1; (600/h)^{0,1}) = \min(1,1; (600/270)^{0,1}) = 1,08$.

Avec h la hauteur de la pièce en mm.

Le tableau 4.4 précise la valeur de la contrainte de résistance en flexion en fonction de la combinaison d'action.

Tableau 4.4 Valeur de la contrainte de résistance en flexion en fonction de la combinaison d'action.

Combinaison à l'ELU	Durée de la charge	Coefficient k_{mod}	Contrainte de résistance en flexion, en N/mm^2
$q_1 = 1,35G$	Permanente	0,6	$f_{m,d} = 24 \times \frac{0,6}{1,25} \times 1,08 = 12,4$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	Court terme (altitude $\leq 1\ 000 \text{ m}$)	0,9	$f_{m,d} = 24 \times \frac{0,9}{1,25} \times 1,08 = 18,7$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	Court terme	0,9	$f_{m,d} = 24 \times \frac{0,9}{1,25} \times 1,08 = 18,7$
$q_4 = 1,35G + 1,5S + 0,6 \times 1,5W+$	Instantanée	1,1	$f_{m,d} = 24 \times \frac{1,1}{1,25} \times 1,08 = 22,8$
$q_5 = 1,35G + 1,5W+ + 0,5 \times 1,5S$	Instantanée	1,1	$f_{m,d} = 24 \times \frac{1,1}{1,25} \times 1,08 = 22,8$

Remarque : par simplification, les contraintes de flexion des combinaisons q_4 et q_5 sont calculées dans ce paragraphe. Elles ne seront exploitées qu'au § 4.4.4 « Taux de travail des sollicitations composées (compression et flexion) ».

4.2.3 Coefficient d'instabilité provenant du déversement k_{crit}

Le déversement est un flambement latéral de la membrure comprimée. Il peut apparaître lorsque les appuis sont limités en torsion (sabots, encastrement dans un mur, etc.) et si l'élanement est important, c'est-à-dire lorsque le rapport hauteur/épaisseur est élevé et lorsque la membrure comprimée n'est pas maintenue. Le calcul du coefficient k_{crit} s'effectue à partir de la contrainte critique de flexion $\sigma_{m,\text{crit}}$ et de l'élanement relatif de flexion $\lambda_{\text{rel},m}$.

4.2.3.1 Calcul de la contrainte critique de flexion $\sigma_{m,\text{crit}}$

La contrainte critique de flexion est définie par la formule :

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78E_{0,05} \cdot b^2}{h \cdot (l \cdot k_{l_{\text{ef}}} + \Delta l)}$$

avec :

- $E_{0,05}$: module axial au 5^e pourcentile (ou caractéristique) ($E_{0,05} = 9\,400 \text{ N/mm}^2$) ;
- h : hauteur de la pièce ($h = 270 \text{ mm}$) ;
- b : épaisseur de la pièce ($b = 90 \text{ mm}$) ;
- l : longueur de la pièce ($l = 5\,700 \text{ mm}$) ;
- Δl : lorsque la pièce est chargée sur sa fibre comprimée, la longueur efficace l_{ef} est augmentée de la valeur $\Delta l = 2h$; si la pièce est chargée sur sa partie tendue, l_{ef} est diminuée de la valeur $\Delta l = 0,5h$; ici, $\Delta l = 2 \times 270 = 540 \text{ mm}$;
- $k_{l_{\text{ef}}}$: coefficient de longueur efficace (cf. annexe « Tableaux et formulaire ») ($k_{l_{\text{ef}}} = 0,9$).

$$\sigma_{m,\text{crit}} = \frac{0,78 \times 9\,400 \times 90^2}{270 \times (5\,700 \times 0,9 + 540)} = 38,8 \text{ N/mm}^2.$$

4.2.3.2 Calcul de l'élanement relatif de flexion $\lambda_{\text{rel},m}$

L'élanement relatif de flexion est défini par la formule :

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{f_{m,k}}{\sigma_{m,\text{crit}}}}$$

avec :

- $\sigma_{m,\text{crit}}$: contrainte critique de flexion ($\sigma_{m,\text{crit}} = 38,8 \text{ N/mm}^2$) ;
- $f_{m,k}$: contrainte caractéristique de résistance en flexion ($f_{m,k} = 24 \text{ N/mm}^2$).

$$\lambda_{\text{rel},m} = \sqrt{\frac{24}{38,8}} = 0,79.$$

4.2.3.3 Calcul du coefficient k_{crit}

- | | |
|---|---|
| Si $\lambda_{\text{rel},m} \leq 0,75$ | $k_{\text{crit}} = 1$, pas de déversement. |
| Si $0,75 < \lambda_{\text{rel},m} \leq 1,4$ | $k_{\text{crit}} = 1,56 - 0,75\lambda_{\text{rel},m}$. |
| Si $1,4 < \lambda_{\text{rel},m}$ | $k_{\text{crit}} = 1/\lambda_{\text{rel},m}^2$. |

$$\lambda_{\text{rel},m} = 0,79, \text{ donc } k_{\text{crit}} = 1,56 - 0,75 \times 0,79 = 0,97.$$

Remarque: lorsque le déplacement latéral de la face comprimée est évité sur toute sa longueur (diaphragme, par exemple), le coefficient k_{crit} peut être pris égal à 1.

4.2.4 Taux de travail

Le taux de travail est:

$$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}} \leq 1.$$

Le tableau 4.5 mentionne le taux de travail pour chaque combinaison d'actions provoquant des sollicitations simples.

Tableau 4.5 Taux de travail pour chaque combinaison d'actions provoquant des sollicitations simples.

Combinaison à l'ELU	Taux de travail
$q_1 = 1,35G$	$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}} = \frac{2,39}{0,97 \times 12,4} = 0,20 < 1$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}} = \frac{11,62}{0,97 \times 18,7} = 0,64 < 1$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	$\frac{\sigma_{m,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}} = \frac{5,32}{0,97 \times 18,7} = 0,29 < 1$

Le critère est vérifié.

4.3 Le cisaillement (sollicitation simple)

La contrainte de cisaillement provoquée par les actions doit rester inférieure à la contrainte de résistance de cisaillement déterminée.

Le taux de travail est:

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

avec:

- τ_d : contrainte de cisaillement provoquée par les actions, en N/mm².
- $f_{v,d}$: contrainte de résistance de cisaillement calculée, en N/mm².

4.3.1 Contrainte provoquée par les actions τ_d

La contrainte de cisaillement provoquée par la charge est calculée par la formule:

$$\tau_d = \frac{k_f \cdot F_{v,d}}{k_{cr} \cdot b \cdot h_{ef}}$$

avec:

- k_f : coefficient de forme de la section pour une section rectangulaire ($k_f = 1,5$);
- $F_{v,d}$: effort tranchant, en N. Une poutre sur deux appuis avec une charge uniformément répartie a un effort tranchant maximum au voisinage des appuis. Il a la même valeur que

la réaction d'appuis, soit $q/2$ pour une charge uniformément répartie et $P/2$ pour une charge ponctuelle centrée (tableau 4.6) ;

- h_{ef} : hauteur réelle exposée au cisaillement ($h_{ef} = 270$ mm) ;
- b : épaisseur de la pièce ($b = 90$ mm) ;
- k_{cr} : coefficient tenant compte du risque de fente aux extrémités de la poutre (tableau 2.1) ($k_{cr} = 1$).

Le tableau 4.6 présente l'effort tranchant au niveau des appuis et la contrainte de cisaillement en fonction de la combinaison d'action.

Tableau 4.6 Efforts tranchant et contrainte de cisaillement sous les appuis en fonction de la combinaison d'action.

Combinaison à l'ELU	Effort tranchant, en N	Contrainte de cisaillement, en N/mm ²
$q_1 = 1,35G$	$F_{v,d} = 0,644 \times \frac{5700}{2} = 1835$	$\tau_d = \frac{1,5 \times 1835}{1 \times 90 \times 270} = 0,11$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$F_{v,d} = 3,128 \times \frac{5700}{2} = 8915$	$\tau_d = \frac{1,5 \times 8915}{1 \times 90 \times 270} = 0,55$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	$F_{v,d} = 0,644 \times \frac{5700}{2} + \frac{2250}{2} = 2960$	$\tau_d = \frac{1,5 \times 2960}{1 \times 90 \times 270} = 0,18$

4.3.2 Contrainte de résistance du bois $f_{v,d}$

La contrainte de résistance du bois dépend de la contrainte caractéristique, de la classe de service (humidité du bois) et de la charge de plus courte durée de la combinaison d'actions. Les tableaux 1.7 à 1.9 présentent les contraintes caractéristiques.

$$f_{v,d} = f_{v,k} \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M}$$

avec :

- $f_{v,k}$: contrainte caractéristique de résistance en cisaillement ($f_{v,k} = 3,5$ N/mm²) ;
- k_{mod} : coefficient modificatif en fonction de la charge de plus courte durée et de la classe de service ;
- γ_M : coefficient partiel qui tient compte de la dispersion du matériau ($\gamma_M = 1,25$).

Le tableau 4.7 précise la valeur de la contrainte de résistance en cisaillement en fonction de la combinaison d'action.

Tableau 4.7 Valeur de la contrainte de résistance en cisaillement en fonction de la combinaison d'action.

Combinaison à l'ELU	Durée de la charge	Coefficient k_{mod}	Contrainte de résistance en cisaillement en N/mm ²
$q_1 = 1,35G$	Permanente	0,6	$f_{v,d} = 3,5 \times \frac{0,6}{1,25} = 1,7$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	Court terme (altitude ≤ 1000 m)	0,9	$f_{v,d} = 3,5 \times \frac{0,9}{1,25} = 2,5$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	Court terme	0,9	$f_{v,d} = 3,5 \times \frac{0,9}{1,25} = 2,5$

4.3.3 Taux de travail

Le taux de travail est :

$$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} \leq 1$$

Le tableau 4.8 mentionne le taux de travail pour chaque combinaison d'actions provoquant des sollicitations simples.

Tableau 4.8 Taux de travail en fonction des combinaisons d'actions.

Combinaison à l'ELU	Taux de travail
$q_1 = 1,35G$	$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,11}{1,7} = 0,06 < 1$
$q_2 = 1,35G + 1,5S$	$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,55}{2,5} = 0,22 < 1$
$q_3 = 1,35G + 1,5Q_{\text{entretien}}$	$\frac{\tau_d}{f_{v,d}} = \frac{0,18}{2,5} = 0,07 < 1$

Le critère est vérifié.

4.4 Vérification avec une sollicitation composée, la flexion et la compression axiale avec risque de flambement

La sollicitation composée (flexion et compression) est provoquée par les combinaisons q_4 et q_5 . Les contraintes de flexion et de compression sont provoquées par les actions calculées aux ELU, états limites ultimes. La somme des deux rapports (contrainte de flexion divisée par la contrainte de résistance et contrainte de compression divisée par la contrainte de résistance) doivent rester inférieure à 1. Le taux de travail de la flexion est majoré par le coefficient k_{crit} (risque de déversement) et le taux de travail de la compression est majoré par le coefficient $k_{c,z}$ (risque de flambement). Le taux de travail de la flexion peut être élevé au carré lorsque le moment de flexion est porté par l'axe y et le risque de flambement est lié à l'axe z (figure 4.2).

Le taux de travail est :

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$$

avec :

- $\sigma_{c,0,d}$: contrainte de compression axiale provoquée par les actions, en N/mm^2 ;
- $f_{c,0,d}$: contrainte de résistance de compression axiale, en N/mm^2 ;
- $k_{c,z}$: coefficient d'instabilité lié au risque de flambement autour de l'axe z ;
- $\sigma_{m,y,d}$: contrainte de flexion provoquée par les actions, en N/mm^2 , avec un moment de flexion porté par l'axe y ;
- $f_{m,d}$: contrainte de résistance de flexion calculée, en N/mm^2 ;
- k_{crit} : coefficient d'instabilité provenant du déversement.

4.4.1 Contrainte provoquée par les actions $\sigma_{c,0,d}$

La contrainte de compression axiale est définie par la formule :

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N}{A}$$

avec :

- N : effort normal provoquant de la compression, en N ;
- A : aire de la pièce, en mm^2 ($A = 90 \times 270$).

Le tableau 4.9 précise la valeur de la contrainte de compression axiale en fonction de l'effort normal.

Tableau 4.9 Contrainte de compression axiale repris par le poteau en fonction de la combinaison d'action.

Combinaison à l'ELU	Effort normal, en kN	Contrainte de compression axiale, en N/mm^2
$q_4 = 1,35G + 1,5S + 0,6 \times 1,5W_+$	$0,6 \times 1,5 \times 9,415 = 8,474$	$\sigma_{c,0,d} = \frac{8\,474}{90 \times 270} = 0,35$
$q_5 = 1,35G + 1,5W_+ + 0,5 \times 1,5S$	$1,5 \times 9,415 = 14,123$	$\sigma_{c,0,d} = \frac{14\,123}{90 \times 270} = 0,58$

Remarque : l'effort normal étant provoqué par le vent, seules les combinaisons comportant un effet du vent sont retenues.

4.4.2 Contrainte de résistance du bois $f_{c,0,d}$

La contrainte de résistance du bois dépend de la contrainte caractéristique, de la classe de service (humidité du bois), de la charge de plus courte durée de la combinaison d'action :

$$f_{c,0,d} = f_{c,0,k} \frac{k_{\text{mod}}}{\gamma_M}$$

avec :

- $f_{c,0,k}$: contrainte caractéristique de résistance en compression axiale pour un résineux classé GL24h ($f_{c,0,k} = 24 \text{ N/mm}^2$) (tableau 1.9) ;
- k_{mod} : coefficient modificatif en fonction de la charge de plus courte durée (le vent) de la combinaison d'actions et de la classe de service ($k_{\text{mod}} = 1,1$) ;
- γ_M : coefficient partiel qui tient compte de la dispersion du matériau ($\gamma_M = 1,25$).

$$f_{c,0,d} = 24 \times \frac{1,1}{1,25} = 21,1 \text{ N/mm}^2.$$

4.4.3 Coefficient de flambement k_c

Le flambement correspond à l'instabilité d'une pièce soumise à de la compression axiale. Il y a risque de déplacement selon l'élanement minimum de la pièce. Il est donc nécessaire d'étudier l'élanement suivant les axes y et z (figure 4.2).

Étape 1 : sélection de l'élanement mécanique de la panne par rapport aux axes z et y

L'élançement mécanique est défini par les formules :

$$\lambda_y = \frac{l_{f,y}}{i_y} \text{ et } \lambda_z = \frac{l_{f,z}}{i_z}$$

avec :

- $l_{f,y} = m \cdot l_{g,y}$: longueur de flambement, en mm, avec :
 - m : influence des assemblages des extrémités sur la longueur de flambement ($m = 1$) (tableau 3.5),
 - $l_{g,y}$: longueur de la panne par rapport à l'axe y , en mm ($l_{g,y} = 5\,700$ mm) ;
- $l_{f,z} = m \cdot l_{g,z}$: longueur de flambement, en mm, avec :
 - m : influence des assemblages des extrémités sur la longueur de flambement ($m = 1$),
 - $l_{g,z}$: longueur de la panne par rapport à l'axe z , en mm ($l_{g,z} = 5\,700$ mm) ;
- $i = \sqrt{\frac{I_G}{A}}$, rayon de giration, dans le repère défini par l'Eurocode dans la figure 4.2, avec :
 - $i_y = \sqrt{\frac{I_{G_y}}{A}} = \sqrt{\frac{b^3 b}{12bb}} = \frac{b}{\sqrt{12}}$,
 - $i_z = \sqrt{\frac{I_{G_z}}{A}} = \sqrt{\frac{b^3 b}{12bb}} = \frac{b}{\sqrt{12}}$.

L'élançement devient pour l'axe y : $\lambda_y = \frac{ml_{g,y}\sqrt{12}}{b} = \frac{1 \times 5\,700 \times \sqrt{12}}{270} = 73.$

L'élançement devient pour l'axe z : $\lambda_z = \frac{ml_{g,z}\sqrt{12}}{b} = \frac{1 \times 5\,700 \times \sqrt{12}}{90} = 220.$

Le risque de flambement est le plus grand pour l'élançement le plus important. Les calculs seront réalisés par rapport à l'axe z .

Étape 2 : vérification du risque de flambement avec le calcul de l'élançement relatif de la panne par rapport à l'axe z

L'élançement relatif est défini par la formule :

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{\lambda_z}{\pi} \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{E_{0,05}}}$$

avec :

- $f_{c,0,k}$: contrainte caractéristique de résistance en compression axiale ($f_{c,0,k} = 24$ N/mm²) ;
- $E_{0,05}$: module axial au 5^e pourcentile (ou caractéristique) ($E_{0,05} = 9\,600$ N/mm²).

$$\lambda_{\text{rel},z} = \frac{220}{\pi} \sqrt{\frac{24}{9\,600}} = 3,5.$$

Lorsque l'élançement relatif, $\lambda_{\text{rel,max}} > 0,3$, il y a un risque de flambement.

Étape 3 : calcul du coefficient d'instabilité lié au flambement par rapport à l'axe z

Pour définir le coefficient d'instabilité, il faut calculer un coefficient intermédiaire :

$$k_z = 0,5 \left[1 + \beta_c (\lambda_{\text{rel},z} - 0,3) + \lambda_{\text{rel},z}^2 \right]$$

avec : $\beta_c = 0,1$ pour le bois lamellé-collé, LVL et bois massif reconstitué (défaut de rectitude $< 1/500$ de la portée). Pour du bois massif, $\beta_c = 0,2$ (défaut de rectitude $< 1/300$ de la portée).

$$k_z = 0,5 \left[1 + 0,1 \times (3,5 - 0,3) + 3,5^2 \right] = 6,79.$$

Le coefficient d'instabilité est défini par la formule :

$$\lambda_{c,z} = \frac{1}{k_z + \sqrt{k_z^2 - \lambda_{\text{rel},z}^2}}$$

$$\lambda_{c,z} = \frac{1}{6,79 + \sqrt{6,79^2 - 3,5^2}} = 0,08.$$

4.4.4 Taux de travail des sollicitations composées (compression et flexion)

Les sollicitations composées concernent les combinaisons q_4 et q_5 . Les éléments concernant la flexion ont été calculés au § 4.2 « Vérification avec une sollicitation simple, la flexion avec risque de déversement ».

Le taux de travail est :

$$\left(\frac{\sigma_{m,y,d}}{k_{\text{crit}} \cdot f_{m,d}} \right)^2 + \frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} \cdot f_{c,0,d}} \leq 1$$

Le tableau 4.10 précise le taux de travail pour une contrainte de flexion et de compression subie par la panne en fonction de la combinaison d'action.

Tableau 4.10 Taux de travail pour une contrainte de flexion et de compression.

Combinaison à l'ELU	Taux de travail
$q_4 = 1,35G + 1,5S + 0,6 \times 1,5W_+$	$\left(\frac{11,62}{0,97 \times 22,8} \right)^2 + \frac{0,35}{0,08 \times 21,1} = 0,48 < 1$
$q_5 = 1,35G + 1,5W_+ + 0,5 \times 1,5S$	$\left(\frac{7}{0,97 \times 22,8} \right)^2 + \frac{0,58}{0,08 \times 21,1} = 0,44 < 1$

Remarque : les éléments du taux de travail concernant la flexion ont été définis dans le § 4.2 « Vérification avec une sollicitation simple, la flexion avec risque de déversement ».

Les critères sont vérifiés car les taux de travail des sollicitations simples (compression avec risque de flambement) et composées (compression avec risque de flambement et flexion) sont inférieurs à 1.

5 Vérification à l'état limite de service (ELS)

L'état limite de service est vérifié lorsque les déformations ne dépassent pas une valeur limite réglementaire. Les vérifications à l'ELS concernent la déformation sous charge variable et la déformation totale de la panne. La flèche est provoquée par les charges de structure et de neige. Le tableau 4.11 mentionne les valeurs limites réglementaires des flèches.

Tableau 4.11 Valeurs limites réglementaires des flèches.

	Bâtiments courants			Bâtiments agricoles et similaires		
	$W_{inst(Q)}$	$W_{net,fin}$	W_{fin}	$W_{inst(Q)}$	$W_{net,fin}$	W_{fin}
Chevrons	–	$L/150$	$L/125$	–	$L/150$	$L/100$
Éléments structuraux	$L/300$	$L/200$	$L/125$	$L/200$	$L/150$	$L/100$

Remarques :

- La valeur limite des consoles et porte-à-faux est doublée. Elle est toujours supérieure à 5 mm.
- Les panneaux de planchers et supports de toiture ont une valeur limite de flèche nette finale ($W_{net,fin}$) de $L/250$.
- La valeur limite de flèche horizontale est de $L/200$ pour les éléments individuels soumis au vent. Pour les autres applications, elles sont identiques aux valeurs limites verticales des éléments structuraux.

5.1 La déformation instantanée sous charge variable $W_{inst(Q)}$

La déformation instantanée sous charge variable est provoquée par la neige et par la charge d'entretien. Le taux de déformation est :

$$\frac{U_{inst(Q)}}{W_{inst(Q)}} \leq 1$$

avec :

- $U_{inst(Q)}$: flèche instantanée provoquée par la neige ou par la charge d'entretien ;
- $W_{inst(Q)}$: flèche instantanée limite réglementaire sous charge variable.

5.1.1 Calcul de la flèche provoquée par la neige

La flèche instantanée est calculée avec la charge $q = S = 1,656$ kN/m (cf. § 3.2 « Les combinaisons à l'état limite de service (ELS) »). La panne a une charge symétrique et uniforme, la flèche est définie par la formule :

$$U_{inst(Q)} = \frac{5q_{inst(Q)} \cdot L^4}{384E_{0,mean} \cdot I}$$

avec :

- $q_{inst(Q)}$: charge linéique provoquée par les actions variables ($q_{inst(Q)} = 1,656$ kN/m = 1,656 N/mm) ;
- L : distance entre appuis ($L = 5700$ mm) ;
- $E_{0,mean}$: module moyen axial précisé dans le tableau 1.9 ($E_{0,mean} = 11500$ N/mm²) ;

- I : moment quadratique en mm^4 ; pour une section rectangulaire sur chant, $I = bh^3/12$, avec :
 - h : hauteur de la pièce ($h = 270 \text{ mm}$),
 - b : épaisseur de la pièce ($b = 90 \text{ mm}$).

La formule devient :

$$U_{\text{inst}(Q)} = \frac{5q_{\text{inst}(Q)} \cdot L^4 \times 12}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3},$$

$$\text{soit } U_{\text{inst}(Q)} = \frac{5 \times 1,656 \times 5\,700^4 \times 12}{384 \times 11\,500 \times 90 \times 270^3} = 13,4 \text{ mm.}$$

5.1.2 Calcul de la flèche provoquée par la charge d'entretien

La flèche instantanée est calculée avec la charge $q = Q_{\text{entretien}} = 1,5 \text{ kN}$ (cf. § 3.2 « Les combinaisons à l'état limite de service (ELS) »). La panne a une charge symétrique et uniforme, la flèche est définie par la formule :

$$U_{\text{inst}(Q)} = \frac{q_{\text{inst}(Q)} \cdot L^3}{48E_{0,\text{mean}} \cdot I}$$

avec :

- $q_{\text{inst}(Q)}$: charge provoquée par les actions variables ($q_{\text{inst}(Q)} = 1\,500 \text{ N}$);
- L : distance entre appuis ($L = 5\,700 \text{ mm}$);
- $E_{0,\text{mean}}$: module moyen axial précisé dans le tableau 1.9 ($E_{0,\text{mean}} = 11\,500 \text{ N/mm}^2$);
- I : moment quadratique en mm^4 ; pour une section rectangulaire sur chant, $I = bh^3/12$, avec :
 - h : hauteur de la pièce ($h = 270 \text{ mm}$),
 - b : épaisseur de la pièce ($b = 90 \text{ mm}$).

La formule devient :

$$U_{\text{inst}(Q)} = \frac{q_{\text{inst}(Q)} \cdot L^3 \times 12}{48E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3},$$

$$\text{soit } U_{\text{inst}(Q)} = \frac{1\,500 \times 5\,700^3 \times 12}{48 \times 11\,500 \times 90 \times 270^3} = 3,4 \text{ mm.}$$

La flèche provoquée par la neige est la plus importante.

La valeur limite réglementaire $W_{\text{inst}(Q)}$ est définie dans le tableau 4.11. Elle est de $L/300 = 5\,700/300 = 19 \text{ mm}$.

Le taux de déformation est de :

$$\frac{U_{\text{inst}(Q)}}{W_{\text{inst}(Q)}} = \frac{13,4}{19} = 0,71 \leq 1.$$

Le critère est vérifié.

5.2 La déformation totale

La déformation totale ($W_{\text{net,fin}}$) est la somme de la flèche instantanée provoquée par les charges variables $W_{\text{inst}(Q)}$, la flèche instantanée provoquée par les charges permanentes $W_{\text{inst}(G)}$ et la flèche différée provoquée par la durée de la charge et l'humidité du bois W_{creep} . Lorsqu'elle existe, il faut retrancher la contre-flèche fabriquée.

$$W_{\text{net,fin}} = W_{\text{inst}} + W_{\text{creep}} - W_c$$

Le taux de déformation est :

$$\frac{U_{\text{net,fin}}}{W_{\text{net,fin}}} \leq 1$$

avec :

- $U_{\text{net,fin}}$: flèche nette finale ;
- $W_{\text{net,fin}}$: flèche nette finale limite réglementaire.

Par simplification, la combinaison $q = G + Q_1 + k_{\text{def}}(G + \Psi_{2,1}Q_1)$ permet de calculer directement la flèche nette finale. Le premier membre de l'équation (G) permet de calculer la flèche instantanée provoquée par les charges permanentes ($U_{\text{inst}(G)}$), le deuxième membre de l'équation (Q_1) permet de calculer la flèche instantanée provoquée par la charge d'exploitation ($U_{\text{inst}(Q)}$) et le troisième membre de l'équation $k_{\text{def}}(G + \Psi_{2,1}Q_1)$ permet de calculer la flèche différée provoquée par la durée de la charge et l'humidité du bois (U_{creep}).

La flèche totale est calculée avec la charge perpendiculaire au rampant $q = 0,477 + 1,656 + 0,8 \times (0,477 + 0 \times 1,656) = 2,515$ kN/m (cf. § 3.2 « Les combinaisons à l'état limite de service (ELS) »). La solive a une charge symétrique et uniforme, la flèche est définie par la formule :

$$U_{\text{net,fin}} = \frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot L^4}{384E_{0,\text{mean}} \cdot I}$$

avec :

- $q_{\text{net,fin}}$: charge de calcul linéique ($q_{\text{net,fin}} = 2,515$ kN/m = 2,515 N/mm) ;
- L : distance entre appuis ($L = 5700$ mm) ;
- $E_{0,\text{mean}}$: module moyen axial précisé dans le tableau 1.9 ($E_{0,\text{mean}} = 11500$ N/mm²) ;
- I : moment quadratique en mm⁴ ; pour une section rectangulaire sur chant, $I = bh^3/12$,

avec :

- h : hauteur de la pièce ($h = 270$ mm),
- b : épaisseur de la pièce ($b = 90$ mm).

La formule devient :

$$U_{\text{net,fin}} = \frac{5q_{\text{net,fin}} \cdot L^4 \times 12}{384E_{0,\text{mean}} \cdot b \cdot h^3},$$

$$\text{soit } U_{\text{inst}(Q)} = \frac{5 \times 2,515 \times 5700^4 \times 12}{384 \times 11500 \times 90 \times 270^3} = 20,4 \text{ mm.}$$

La valeur limite réglementaire $W_{\text{net,fin}}$ est définie dans le tableau 4.11. Elle est de $L/200 = 5700/200 = 28,5$ mm.

Le taux de déformation est de :

$$\frac{U_{\text{net,fin}}}{W_{\text{net,fin}}} = \frac{20,4}{28,5} = 0,72 \leq 1.$$

Le critère est vérifié.

Remarque : il est préférable de calculer la flèche provoquée par l'effort tranchant si le taux de déformation dépasse 0,95 ou si les charges sont importantes et la distance entre appuis courte, c'est-à-dire l'effort tranchant important. La formule est :

$$U_{\text{Effort tranchant}} = \frac{M_{\text{f,max}}}{\frac{5}{6} G_{\text{mean}} \cdot b \cdot h}$$

6 Comparaison entre les critères de dimensionnement

Le tableau 4.12 fait la synthèse des critères vérifiés.

Tableau 4.12 Synthèse des critères vérifiés.

Critère vérifié	Combinaison	Taux de travail ou de déformation maximum
Contrainte de flexion (ELU)	1,35G + 1,5S	0,64
Contrainte de cisaillement (ELU)	1,35G + 1,5S	0,22
Contrainte de flexion et compression (ELU)	1,35G + 1,5S + 0,6 × 1,5W+	0,62
Flèche instantanée sous charge variable (ELS)	–	0,50
Flèche nette finale (ELS)	–	0,71

Le critère dimensionnant est la flèche nette finale à l'ELS.